

磁偶极子模型下目标定位和参数估计的两种新方法

唐劲飞, 龚沈光, 王金根

(海军工程大学兵器工程系, 湖北武汉 430033)

摘要: 本文分析了磁偶极子模型下目标磁场信号的时频域特征, 并指出了磁定位和参数估计问题的难点和特殊性. 提出了用二次差分矩阵法 (SDMM) 和频谱匹配法 (FDMM) 进行目标定位和参数估计. SDMM 和 FDMM 都是利用信号的时域或频域特征先求解出系统中的重要参数, 将高维的最优化问题转化为顺序求解的低维求解和参数估计问题. SDMM 运算量较小、实时性好. FDMM 可靠性较好, 适于事后分析. 对两种方法都进行了仿真计算, 仿真结果符合理论分析, 算法实现了目的. 本文也分析了两种算法需要进一步解决的问题.

关键词: 磁偶极子; 磁定位; 差分; CZT

中图分类号: TN911. 7 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2003) 01-0154-04

Two New Magnetic Localization and Parameter Estimation Methods Under the Dipole Model

TANG Jin-fei, GONG Shen-guang, WANG Jin-gen

(Dept. Of Weaponry Eng., Naval Univ. of Engineering, Wuhan, Hubei 430033 China)

Abstract: In the paper, analyses the time and frequency domain characteristics of the target signal under the classical magnetic dipole model and points out the difficulty and particularity of the magnetic localization and parameter estimation problem. Designs the second-order difference matrix method (SDMM) and frequency domain matching method (FDMM) to solve the localization and parameter estimation problem. Both of the algorithms make use of the time and frequency domain characteristic of the signal and convert a high-order optimization problem into sequential solutions of several low-order problems. SDMM has low computation burden, excellent real-time performance. FDMM is more reliable in low SNR environment and suitable for post-analysis. Simulation of both methods meets well with the theoretical analysis and the algorithms achieve the goal. The paper also points out the further work for the two algorithms.

Key words: Magnetic dipole; magnetic localization; Difference; CZT

1 引言

航空磁探测是用搭载于飞行器上的磁探仪接收目标磁场信号, 通过对接收的信号进行处理, 解算出目标的位置、磁矩、和飞行器的距离等参数的一种技术. 磁探仪接收的目标信号是飞行器速度、方向、目标物理、几何特性的函数. 由于目标参数多, 参数对信号的调制复杂, 使一般的时、频域法效率较低. 本文将目标的远场等效为磁偶极子场, 采用两种新方法求解目标参数, 该方法可以较好地解决问题.

2 飞行器接收到的磁偶极子磁场信号分析

磁偶极子的磁场可以表示为^[1,2]:

$$H = [3(m \cdot r) r - r^2 m] / (4 r^5) \quad (1)$$

式中: m 为目标的磁矩矢量, $r = xi + yj + zk$ 为由目标指向磁探仪的位置矢量, $r = |r|$.

在航空磁探测问题中, 考虑到目标线度小于飞机和目标的距离, 因而将目标远场磁信号近似为磁偶极子远场. 设飞机

直线平飞, 在经过目标上空时, 目标静止. 飞机-目标系统示意图如图 1. y 轴方向为飞机飞行方向, 垂直向上为 z 轴, 飞机上时刻为 0 时飞机在包含 y 轴的水平面的投影为 xy 平面原点, 若飞机在 0 时刻正好在飞机航迹与目标最短距离点上, 则目标在 x 轴上. 飞机飞行高度为 z_0 , 速度为 v , x

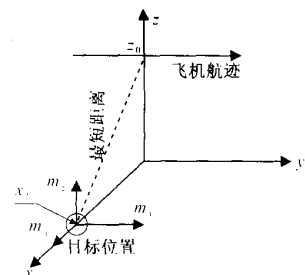


图 1 目标-飞行器系统示意图

轴坐标为 x_1 . 从图 1 中可见, 飞机到目标最短距离为

$\sqrt{x_1^2 + z_0^2}$, 设为 r_0 . 将上述参数代入式 (1), 经化简得:

$$H_i = (c_{i0} + c_{i1}t + c_{i2}t^2) / (v^2 t^2 + r_0^2)^{5/2} \quad (2)$$

实际工作时要从目标坐标系切换到飞行器坐标系. 初始时刻飞行器和目标最短距离点之间有一个距离, 设飞机飞过

该距离需时间 t_0 . 因此, 三轴磁场信号均可以表示为:

$$H_i = (c_{i0} + c_{i1}(t - t_0) + c_{i2}(t - t_0)^2) (p(t - t_0)^2 + 1)^{-5/2} \quad (3)$$

式中: $p = v^2 / r_0^2$, $i = x, y, z, j = 0, 1, 2, c_{ij}$ 为由飞机三轴磁矩和位置的函数.

观察式(1~3)可以发现, 从目标位置、磁矩、 t_0 这几个参数到目标的矢量磁场信号由两步得到: 首先将 6 个目标参数(位置、磁矩、 t_0) 变换为 11 个信号参数(p, t_0, c_{ij}); 然后将这 11 个信号参数经过式(3)的非线性变换, 得到目标磁场信号. 航空磁探问题的第一个难点, 就是在信号参数 目标信号的变换为多输入—多输出且为非线性的情况下, 怎样对目标磁场信号进行反变换, 求出信号参数 p, t_0, c_{ij} , 再得到目标的位置和磁矩.

本文提出了两种磁定位和参数估计的新方法, 一种是时域方法, 一种是频域方法. 时域方法, 起初考虑的是非线性最小二乘法^[3]和匹配滤波法^[4]. 但用非线性最小二乘法求解信号参数, 计算量大, 且由于模型的非线性, 很多情况下只能得到一个虚假的局部最优解. 用匹配滤波器解决信号检测的问题, 要么使用数目很多的匹配滤波器组, 要么作较强的假设. 因此, 如果要求时域的定位和参数求解算法有实用性, 那么首先应能部分克服上述问题.

频域法的缺点是计算量大, 有频谱泄漏效应, 实时性不好. 很多应用要求在飞机离目标比较远时可以探测到目标. 用这时得到的信号计算谱, 将产生频谱泄漏. 提出频域方法的原因是目前磁补偿的精度不高, 而频域方法在有噪声的情况下的可靠性较好, 可用于对时间要求不高而对可靠性要求严格的场合.

另外两个很有意义的问题是: (1) p, t_0 是信号模型中两个重要参数, 可否利用部分数据快速求解? (2) 最少使用几个坐标轴的数据可以求解全部目标参数?

本文提出的 SDMM 和 FDMM 算法, 分别满足了以上对时、频域算法的要求并回答了上一段提出的问题.

3 二次差分矩阵法实现磁定位和参数估计

该方法使用了磁场信号的二次差分矩阵, 因此将它命名为二次差分矩阵法(SDMM). 它以三轴磁场均满足的二次导数关系为基础, 建立三轴磁场的矩阵关系, 解出适合三轴磁场的函数 $[1 + (p(t - t_0))^2]^{-5/2}$. 同时, 该算法最少可只使用二轴的磁场数据就可求解出全部目标参数.

已知磁场模型为:

$H_i(t) = [c_{i0} + c_{i1}(t - t_0) + c_{i2}(t - t_0)^2] [1 + (p(t - t_0))^2]^{-5/2}$, SDMM 先求解出适合上式右边后半部分的函数 $[1 + (p(t - t_0))^2]^{-5/2}$. 若求出 $(t) = K[1 + (p(t - t_0))^2]^{-5/2}$ (其中 K 为任意常数), 将它分别和三轴磁场相乘, 则得到三个二次函数: $H_i(t) (t) = [c_{i0} + c_{i1}(t - t_0) + c_{i2}(t - t_0)^2]$, 该乘积的二次导数为常数:

$$\frac{d^2 [H_i(t) (t)]}{dt^2} = c_{i2}$$

在离散情况下, 二次导数变为二次差分. 设乘积得到的二次函数为 $m(t)$, 取样间隔为 T , 则下式严格成立:

$$\begin{aligned} & m(nT) - 2m((n+1)T) + m((n+2)T) \\ &= H_i(nT) (nT) - 2H_i((n+1)T) ((n+1)T) \\ & \quad + H_i((n+2)T) ((n+2)T) = 2c_{i2}(T)^2 \end{aligned}$$

能否求得 (t) 的离散取样值? 如果求得 (t) , 则可以估计出 p, t_0 , 因而将很容易估算出其他参数. 设 x 轴磁场 $H_x(nT) = x_n, (nT) = k_n, c_{xx} = 2c_{x2}(T)^2$, 则可列出如下方程:

$$\begin{aligned} x_1 k_1 - 2x_2 k_2 + x_3 k_3 &= c_{xx}, x_2 k_2 - 2x_3 k_3 + x_4 k_4 = c_{xx} \\ x_3 k_3 - 2x_4 k_4 + x_5 k_5 &= c_{xx}, \dots \\ x_m k_m - 2x_{m+1} k_{m+1} + x_{m+2} k_{m+2} &= c_{xx} \end{aligned}$$

该方程组有 m 个方程, 有 $m+2$ 个和 (t) 有关的参数, 另外一个 c_{xx} , 共 $m+3$ 个未知数. 因此无法根据单轴磁场数据求解出所有参数. 如有两个坐标轴以上的数据, 那么在容易满足的条件下, 可求出方程组的最优解. 如在使用三轴磁场数据且 $m=3$ 情况下, 可列出方程组:

$$\begin{bmatrix} x_1 & -2x_2 & x_3 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & x_2 & -2x_3 & x_4 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & x_3 & -2x_4 & x_5 & 1 & 0 & 0 \\ y_1 & -2y_2 & y_3 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & y_2 & -2y_3 & y_4 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & y_3 & -2y_4 & y_5 & 0 & 1 & 0 \\ z_1 & -2z_2 & z_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & z_2 & -2z_3 & z_4 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & z_3 & -2z_4 & z_5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_1 \\ k_2 \\ k_3 \\ k_4 \\ k_5 \\ c_{xx} \\ c_{yy} \\ c_{zz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

该方程组已经可以求得最优解. 二次差分方程组的一般形式为:

$$H^m K^m = 0 \quad (4)$$

其中 H^m 为 $3m \times (m+5)$ 矩阵, K^m 为 $(m+5) \times 1$ 列向量.

将 H^m 划去第 j 列移到方程组右端, K^m 划去第 j 行, 得到的新方程组和原方程组等效, 这是在令 $k_j = 1 (j \leq m+2)$ 时其它未知数满足的方程组.

设 H^m 第 j 列为 H_j^m ,

$$[H_1^m \dots H_{j-1}^m H_{j+1}^m \dots H_{m+2}^m H_{m+3}^m H_{m+4}^m H_{m+5}^m] = H^m_j,$$

$$[k_1 \dots k_{j-1} k_{j+1} \dots k_{m+2} c_{xx} c_{yy} c_{zz}]^T = K^m_j$$

可列出新方程组: $H^m_j K^m_j = H_j^m$

其中 H^m_j 为 H^m 移去第 j 列得到的新矩阵, K^m_j 为 K^m 划去第 j 行得到的新列向量.

K^m_j 在最小二乘意义下的最优解为:

$$K^m_j = [(H^m_j)^T H^m_j]^{-1} (H^m_j)^T H_j^m$$

根据 j 的不同, 最优解之间会有差异, 不一定有线性关系. 根据求得的 K^m 可以得到 (t) , 依据 (t) 可以很容易估计出 p, t_0 两个重要参数. 用 (t) 乘磁场信号得到三个二次函数, 对这三个二次函数的系数进行估计可以求得 c_{ij} .

4 仿真计算

在仿真中, 使用的参数为 $m_x = 1.234 \text{Am}^2, m_y = 3.4 \text{Am}^2, m_z = 5.67 \text{Am}^2, x_1 = 60 \text{m}, y_1 = 20 \text{m}, z_0 = 130 \text{m}, v = 60 \text{m/s}$. 在距时间零点为 $[-3/p, 3/p]$ 的时间范围内产生了 2000 点磁场数

据. 从数据第 500 点开始, 每隔 10 点对各坐标轴进行一次采样, 共采样 32 点作为计算使用的数据, 如图 2 所示.

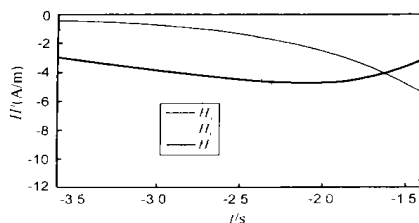


图 2 三轴磁场

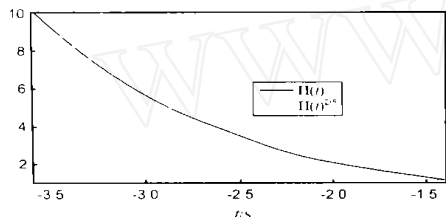


图 3 根据磁场数据求得的 $H(t)$ 及 $(t)^{2/5}$

根据算法可以列出一个 35 个未知数的方程组. 令 $k_1 = 10$ 可以求出其它 34 个未知数的最优解. $H(t)$ 及 $(t)^{2/5}$ 如图 3. 对 $(t)^{2/5}$ 进行二次曲线拟合, 可以求得 p, t_0 最优解. 本例求得的 p, t_0 和真值差在 10^{-12} 量级.

本算法在安装了 MATLAB5.3 的 PIII450 计算机上运行只用了 0.11s. 本算法解决或部分解决了第二部分提到的问题. 该算法有以下优点: (1) 运算量小, 运算量表现在一次矩阵求逆和两个二次函数系数的最优估计上; (2) 节省时间, 可以利用部分数据求解出目标位置和磁矩; (3) 可靠性得到提高, 最少可以只用两轴数据求解; (4) 虽然未进行严格的数学证明, 但它的稳定性得到提高, 在该模型下无磁噪声时可以完全精确地求解, 小的磁噪声干扰至少不会使算法象非线性最小二乘法一样产生方向性误差.

本算法需要进一步完善之处是从数学上严格讨论磁噪声的影响并加以修正. 例如, 方程 (4) 的解法虽然在某些方面是优化了的, 但它依赖于某一 H_i^n . 应找到在磁噪声下对应全部数据的最优解, 减小点误差.

5 频域法实现磁定位和参数估计

由前面关于磁偶极子产生的磁场的论述, 矢量磁探仪接收的三轴磁场信号均可表示为:

$$H_i(t) = (c_0 + c_{11}(t - t_0) + c_{22}(t - t_0)^2)(1 + (p(t - t_0))^2)^{-5/2}$$

对应的频域表示为

$$H_i(f) = \exp(-j2\pi f t_0) \left[\frac{c_0}{p} G_0\left(\frac{f}{p}\right) + \frac{c_{11}}{p} G_1\left(\frac{f}{p}\right) + \frac{c_{22}}{p} G_2\left(\frac{f}{p}\right) \right]$$

其中 $G_0(f), G_1(f), G_2(f)$ 分别为

$$g_0(t) = (1 + t^2)^{-5/2}, g_1(t) = t(1 + t^2)^{-5/2}, g_2(t) = t^2(1 + t^2)^{-5/2}$$

这三个基本磁场函数的傅立叶变换, 它们都没有解析表达式, 但可以计算和存储, 作为将来的频谱匹配用.

从信号频谱的表达式可知, 每个方向的信号频谱均有 5 个参数, 因此这是一个 5 维的问题. 一种方法是把这个 5 维问

题分解为几个低维的问题, 然后逐步求解. 如果可以先求解一个较低维的问题并可以将待求参数限制在一个较小的范围内, 则可以采取逐点搜索的方法.

在这 5 个参数中, 最重要的是 t_0 , 因为它决定了信号能量主要集中在哪个时间点附近. 其次是参数 p , 它决定了信号的尺度. 这两个参数求出后, 再求解 c_{ij} .

FDMM 首先要要求信号的频谱, 并且在方法中要多次计算不同频率分辨率的频谱. 一般信号的采样率远大于信号的带宽. 若采用传统 FFT, 会导致在信号带宽内频率分辨率太低, 在带宽外又造成计算能力的浪费. 因此 FDMM 采用 CZT (Chirp-Z Transform) 计算任意频率分辨率的频谱.

第一个求解的参数是 t_0 . 先根据信号幅值初估 t_0 , 使估计的 t_0 在真值附近的一个小范围内, 然后再搜索得更精确的值. 因为磁探仪在距离目标最近点 ($t = t_0$) 附近, 接收到的信号较强, 所以 t_0 的初步估计 \tilde{t}_0 可以这样得到: 所有绝对值大于某一门限 H_{th} 的信号对应的时间的均值, 以数学语言表达则为:

$$\tilde{t}_0 = \left(\int_{|H_i(t)| > H_{th}} t dt \right) / \left(\int_{|H_i(t)| > H_{th}} dt \right)$$

一般设定 $H_{th} = \max(|H_i(t)|)$, 而 \tilde{t}_0 是一个接近于 1 的正数, 例如可取为 70% 或 80%. 这样得到的 \tilde{t}_0 已经比较接近真值了.

下一步是精确估计 t_0 . 这需要用到磁场频谱的一个性质. 在三个基本磁场函数中 $g_0(t - t_0), g_2(t - t_0)$ 是关于 t_0 对称的, 而 $g_1(t - t_0)$ 是关于 t_0 反对称的. 所以 $G_0(f), G_2(f)$ 只存在实部, 而 $G_1(f)$ 只存在虚部. 因此当 \tilde{t}_0 为真值时, 用 $\exp(j2\pi f \tilde{t}_0)$ 乘三轴磁场频谱 $H_i(f)$, 将得到三个新谱, 这些谱的虚部除了一个比例系数外, 其函数形式是完全相同的:

$$\text{Im}[\exp(j2\pi f \tilde{t}_0) H_i(f)] = \frac{c_{1i}}{p} \text{Im}[G_1\left(\frac{f}{p}\right)]$$

$$\text{Re}[G_1] = 0, \text{Im}[G_0] = 0, \text{Im}[G_2] = 0$$

根据以上论述可找到一种求精确 \tilde{t}_0 的方法: 在初估的 t_0 附近确定一个搜索范围 $[t_0 - \Delta, t_0 + \Delta]$, 然后产生 $\exp(j2\pi f t)$ 去乘 $H_i(t)$, 求得到的新谱的虚部, 再由一个准则根据虚部判断 \tilde{t}_0 是否最优. 确定准则的基础是: 当 \tilde{t}_0 最优时, 三个新谱虚部除了一个比例系数之外, 相似程度最高. 根据这个基础可以确定很多准则, 例如:

准则 1: 三个虚部之间线性关系最强. 这个准则要求较强, 实现也较复杂. 实现方法可以是把这三个函数互相作线性回归, 求使回归后残差最小的 \tilde{t}_0 .

准则 2: 三个虚部函数的峰值频率最接近. 因为 $G_1(\cdot)$ 是单峰函数, 因此这个方法是可行的.

在两个准则中选择一个, 可以用迭代的方法求得 t_0 .

求解的第二个参数是 p . 由任意已知函数 $G(f)$ 求未知函数 $G(f/p)$ 的时间压缩因子 p , 不是很容易的. 这里采取一种简单方法. 首先可以由已知 $G_1(f)$ 得到 $\text{Im}[G_1\left(\frac{f}{p}\right)]$ 且 $\text{Im}[\exp(j2\pi f t_0) H_i(f)] = \frac{c_{1i}}{p} \text{Im}[G_1\left(\frac{f}{p}\right)]$, 然后由关系式 $\left(\int_0^{\tilde{t}_0} G_1\left(\frac{f}{p}\right) \right)$

$df) / (G_1(f) df) = p$ 求出 p . 解得 t_0, p 后, 参数 c_{ij} 的求解就简单了. 由 p , 可以用 CZT 计算 $G_0(f/p), G_1(f/p), G_2(f/p)$ 然后解下面两个方程:

$$\frac{1}{p} \begin{bmatrix} G_0(\frac{f}{p}) & G_2(\frac{f}{p}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_{x0} & c_{y0} & c_{z0} \\ c_{x2} & c_{y2} & c_{z2} \end{bmatrix} = \text{Re}[\exp(j2\pi ft_0) [H_x(f) \ H_y(f) \ H_z(f)]]$$

$$\text{Im}[\frac{1}{p} G_1(\frac{f}{p})] [c_{x1} \ c_{y1} \ c_{z1}] = \text{Im}[\exp(j2\pi ft_0) [H_x(f) \ H_y(f) \ H_z(f)]]$$

到此全部参数都已经解出.

6 频域匹配法的仿真计算和讨论

为了验证 FDMM 的性能使用多个例子进行了仿真, 例子之一的参数与 SDMM 的相同. 时间偏移 $t_0 = 13.5536s$. 采用 CZT 计算得 $H_x(\cdot)$ 的实部和虚部如图 4. 从中明显可见有一个正弦波的调制.

根据信号幅值初估 t_0 , 可得 $\tilde{t}_0 = 13.798s$, 误差 0.24s. 用准则对 t_0 进行精确的搜索, 得 $\tilde{t}_0 = 13.5744s$, 误差 0.02s. $\text{Im}[\exp(j2\pi ft_0) H_x(f)]$ 如图 5, 可以看到消除了时间延迟后, 谱的虚部表现出强的相似性. 求得 p 的估计 $\tilde{p} = 0.39259$, 误差为 0.0005. 产生压缩因子为 p 的谱后, 由最小二乘法可以求出系数矩阵为:

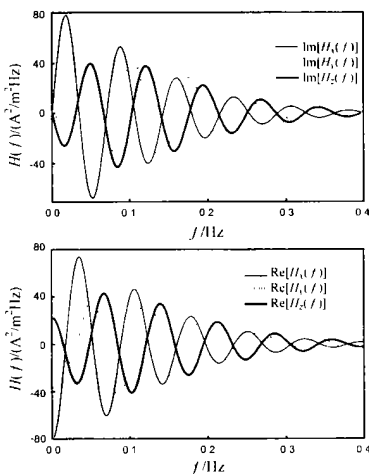


图 4 三个方向磁场频谱的实部和虚部

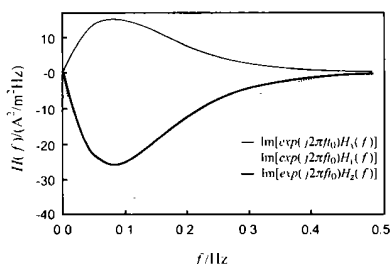


图 5 时间延迟因子 $\exp(-j2\pi ft_0)$ 精确匹配后三个方向磁场频谱的虚部

$$\begin{bmatrix} c_{x0} & c_{x1} & c_{x2} \\ c_{y0} & c_{y1} & c_{y2} \\ c_{z0} & c_{z1} & c_{z2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -22.057 & -5.659 & -0.4933 \\ -9.323 & 13.986 & 2.8477 \\ 14.262 & 9.404 & -2.523 \end{bmatrix}$$

和真实的系数矩阵差值为

$$\begin{bmatrix} -0.099 & 0.231 & 0.0427 \\ 0.2366 & 0.1199 & -0.1063 \\ 0.1611 & -0.1962 & -0.0604 \end{bmatrix}$$

该算法在安装了 MATLAB5.3 的 PIII450 计算机上运行, 只需要 2.2s.

本文的频域法之所以可逐步求出较精确的参数, 除了算法设计得较好外, 最主要的原因是算法的已知条件是磁场信号的无泄露频谱, 这意味着必须记录足够长的信号. 这会牺牲一些实时性, 但就速度、稳定性和复杂程度而言, FDMM 有一定的优点.

虽然没有提及噪声的影响, 但 FDMM 有一定的抗噪能力. 用 CZT 计算频谱, 在信号带宽内保持了高分辨率. 算法中采用了求平均、积分以及在整个带宽内使用最小二乘法求解参数的方法, 这些方法都有一定的抗噪能力. 如果考虑在磁场信号频谱两端有噪声影响, 那么可以对磁场信号进行带通滤波, 或者更改估计 t_0 和 p 的准则, 将全局频谱的匹配更改为局部频带的匹配. 在仿真中发现, \tilde{t}_0 的精确性至关重要. 这是因为, FDMM 是逐步求解参数的, 参数求出以后不再修正, 这是降低算法复杂性、提高速度带来的影响. \tilde{t}_0 的估计误差将给后续求解造成越来越大的误差. 因此, 延迟的估计是要花大气力的, 要控制在真值附近较小范围内.

参考文献:

- [1] 叶平贤, 龚沈光. 舰船物理场[M]. 北京: 兵器工业出版社, 1992.
- [2] 谢处方, 饶克谨. 电磁场与电磁波[M]. 北京: 人民教育出版社, 1979.
- [3] 现代工程数学手册编委会. 现代工程数学手册[M]. (第二卷). 湖北: 华中工学院出版社, 1986.
- [4] Warren A. Detection of moving magnetic dipoles by 3-D matched filter techniques[R]. PB96-173364.

作者简介:



唐劲飞 男, 1973 年 7 月生于安徽省巢湖市, 现为海军工程大学在读博士生, 研究兴趣为主/被动目标识别, 数字调制与编码技术, 自适应信号处理.

龚沈光 男, 1939 年 7 月出生于江苏省启东市, 1962 年毕业于海军工, 现任海军工程大学教授, 博士生导师, 出版专著 2 部, 获国家科技进步奖、军队科技进步奖、全国科学大会奖等各项奖共 14 项, 主要研究领域为: 舰船物理场, 非触发引信, 现代信号处理等.

王金根 男, 1972 年 2 月出生于安徽省怀宁县, 博士, 研究兴趣为: 弱信号检测与处理、人工神经网络理论及其应用、小波分析等.